

宣道中學
中五級數學科
導學案 - 變分 (百分變化)

姓名：_____

班別：_____ ()

日期：_____

重溫初中百分變化(亦即百分增減)：

$$\text{百分變化} = \frac{\text{新值} - \text{原值}}{\text{原值}} \times 100\%$$

e.g 洪銘昨天的收入是 \$1200。

(a) 若他今天的收入是 \$900，求百分變化。

新值 = 900，原值 = 1200

$$\text{百分變化} = \frac{900 - 1200}{1200} \times 100\% = \frac{-300}{1200} \times 100\% = \frac{-1}{4} \times 100\% = -25\%$$

所以百分變化為減少 25%。

(b) 若他今天的收入增加了15%，求他今天的收入。

$$1200 \times (1 + 15\%) = 1200 \times 1.15 = \$1380$$

1. 某魔術表演昨天有4000名觀眾。

a) 若今天有4500名觀眾，求百分變化。

b) 若今天的觀眾人數減少了12%，
求今天的觀眾人數。

2. 某肉檔昨天賣出了220 kg豬肉。

a) 若今天賣出量增加了5%，
求今天的賣出量。

b) 若今天比昨天賣出多33 kg豬肉，
求百分變化。

變分中的百分數增減

例子 設 z 隨 x 的平方反變且隨 y 反變。若 x 減少 70% 和 y 增至兩倍，求 z 的百分數增減。

(答案須準確至三位有效數字。)

解

由於 $z \propto \frac{1}{x^2 y}$ ，所以 $z = \frac{k}{x^2 y}$ ，其中 $k \neq 0$ 。

x 的新值 = $x(1 - 70\%) = 0.3x$

y 的新值 = $2y$

z 的新值 = $\frac{k}{(0.3x)^2(2y)} = \frac{k}{0.18x^2 y}$

$\therefore z$ 的百分數增減 = $\frac{\frac{k}{0.18x^2 y} - \frac{k}{x^2 y}}{\frac{k}{x^2 y}} \times 100\%$

= $\frac{\frac{k}{x^2 y} \left(\frac{1}{0.18} - 1 \right)}{\frac{k}{x^2 y}} \times 100\%$

= $\left(\frac{1}{0.18} - 1 \right) \times 100\%$

= 456% (準確至三位有效數字)

小提醒：

分母的 0.18 是由 $(0.3)^2 \times 2$ 所得

分子提取公因子 $\frac{k}{x^2 y}$

練習 設 y 隨 \sqrt{x} 反變。若 x 增加 30%，求 y 的百分數增減。

(答案須準確至三位有效數字。)

設 $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，所以 $y = (\quad)$ ，其中 $k \neq 0$ 。

y 的原值 =

y 的新值 =

y 的百分增減 = $\frac{\text{新值} - \text{原值}}{\text{原值}} \times 100\%$

= _____

= _____

= _____

例子二 設 z 隨 x 正變且隨 y^2 反變，其中 $y > 0$ 。若 z 增加 87.5% 和 y 減少 20%。求 x 的百分變化。

解

由於 $z \propto \frac{x}{y^2}$ ，所以 $z = \frac{kx}{y^2}$ ，其中 $k \neq 0$ 。

$$x = \frac{zy^2}{k}$$

$$x \text{ 的原值} = \frac{zy^2}{k}$$

$$\begin{aligned} x \text{ 的新值} &= \frac{z \times (1+87.5\%) [(1-20\%)y]^2}{k} \\ &= \frac{z \times (1+87.5\%) [(1-20\%)y]^2}{k} \\ &= \frac{1.2zy^2}{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \text{ 的百分增減} &= \frac{\frac{1.2zy^2}{k} - \frac{zy^2}{k}}{\frac{zy^2}{k}} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{zy^2}{k}(1.2-1)}{\frac{zy^2}{k}} \times 100\% \\ &= \underline{\underline{20\%}} \end{aligned}$$

練習 設 z 隨 x 反變且隨 y 的平方根反變。若 z 減少 24% 和 y 增加 21%，求 x 的百分數增減。

DSE 題

e.g.

設 t 隨 p^2 正變且隨 \sqrt{q} 反變。若 p 增加 30% 和 q 減少 30%，則 t

- A. 增加 102% (準確至三位有效數字)。
- B. 固定不變。
- C. 減少 102% (準確至三位有效數字)。
- D. 減少 9%。

解題：

建立方程： $t = \frac{kp^2}{\sqrt{q}}$

t 的原值： $\frac{kp^2}{\sqrt{q}}$ t 的新值： $\frac{k(1.3p)^2}{\sqrt{0.7q}} = \left(\frac{1.3^2}{\sqrt{0.7}}\right) \frac{kp^2}{\sqrt{q}} = 2.02 \frac{kp^2}{\sqrt{q}} = 2.02t$

t 的百分變化： $(2.02 - 1) \times 100\% = \text{增加 } 102\%$ ((新值的係數 - 1) \times 100%)

2019

13. 已知 z 隨 x 的平方正變且隨 y 的平方根反變。若 x 減少 40% 且 y 增加 44%，則 z

- A. 減少 70%。
- B. 增加 70%。
- C. 減少 76%。
- D. 增加 76%。

題解



解題：

建立方程：_____

z 的原值：_____ z 的新值：_____

z 的百分變化：_____ ((新值的係數 - 1) \times 100%)

2016

題解

12. 已知 z 隨 \sqrt{x} 正變且隨 y 反變。若 x 減少 36% 且 y 增加 60%，則 z

- A. 增加 24%。
- B. 增加 28%。
- C. 減少 40%。
- D. 減少 50%。



解題：

建立方程：_____

z 的原值：_____ z 的新值：_____

z 的百分變化：_____ ((新值的係數 - 1) × 100%)

2013

題解

13. 已知 z 隨 x 正變且隨 \sqrt{y} 反變。若 y 減少 64% 且 z 增加 25%，則 x

- A. 增加 20%。
- B. 增加 80%。
- C. 減少 25%。
- D. 減少 75%。



解題：

建立方程：_____ 建立方程：_____ (以 x 為主項)

x 的原值：_____ x 的新值：_____

x 的百分變化：_____ ((新值 - 1) × 100%)

~完~