

宣道中學  
中五級數學科  
導學案 - 變分 (百分變化)

姓名：\_\_\_\_\_

班別：\_\_\_\_\_ ( )

日期：\_\_\_\_\_

重溫初中百分變化(亦即百分增減)：

$$\text{百分變化} = \frac{\text{新值} - \text{原值}}{\text{原值}} \times 100\%$$

e.g 洪銘昨天的收入是 \$1200。

(a) 若他今天的收入是 \$900，求百分變化。

新值 = 900，原值 = 1200

$$\text{百分變化} = \frac{900 - 1200}{1200} \times 100\% = \frac{-300}{1200} \times 100\% = \frac{-1}{4} \times 100\% = -25\%$$

所以百分變化為減少 25%。

(b) 若他今天的收入增加了15%，求他今天的收入。

$$1200 \times (1 + 15\%) = 1200 \times 1.15 = \$1380$$

1. 某魔術表演昨天有4000名觀眾。

a) 若今天有4500名觀眾，求百分變化。

b) 若今天的觀眾人數減少了12%，  
求今天的觀眾人數。

2. 某肉檔昨天賣出了220 kg豬肉。

a) 若今天賣出量增加了5%，  
求今天的賣出量。

b) 若今天比昨天賣出多33 kg豬肉，  
求百分變化。

## 變分中的百分數增減

例子 設  $z$  隨  $x$  的平方反變且隨  $y$  反變。若  $x$  減少 70% 和  $y$  增至兩倍，求  $z$  的百分數增減。

(答案須準確至三位有效數字。)

解

由於  $z \propto \frac{1}{x^2 y}$ ，所以  $z = \frac{k}{x^2 y}$ ，其中  $k \neq 0$ 。

$x$  的新值 =  $x(1 - 70\%) = 0.3x$

$y$  的新值 =  $2y$

$z$  的新值 =  $\frac{k}{(0.3x)^2(2y)} = \frac{k}{0.18x^2 y}$

$\therefore z$  的百分數增減 =  $\frac{\frac{k}{0.18x^2 y} - \frac{k}{x^2 y}}{\frac{k}{x^2 y}} \times 100\%$

=  $\frac{\frac{k}{x^2 y} \left( \frac{1}{0.18} - 1 \right)}{\frac{k}{x^2 y}} \times 100\%$

=  $\left( \frac{1}{0.18} - 1 \right) \times 100\%$

= 456% (準確至三位有效數字)

小提醒：

分母的 0.18 是由  $(0.3)^2 \times 2$  所得

分子提取公因子  $\frac{k}{x^2 y}$

練習 設  $y$  隨  $\sqrt{x}$  反變。若  $x$  增加 30%，求  $y$  的百分數增減。

(答案須準確至三位有效數字。)

設  $y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，所以  $y = ( \quad )$ ，其中  $k \neq 0$ 。

$y$  的原值 =

$y$  的新值 =

$y$  的百分增減 =  $\frac{\text{新值} - \text{原值}}{\text{原值}} \times 100\%$

= \_\_\_\_\_

= \_\_\_\_\_

= \_\_\_\_\_

例子二 設  $z$  隨  $x$  正變且隨  $y^2$  反變，其中  $y > 0$ 。若  $z$  增加 87.5% 和  $y$  減少 20%。求  $x$  的百分變化。

解

由於  $z \propto \frac{x}{y^2}$ ，所以  $z = \frac{kx}{y^2}$ ，其中  $k \neq 0$ 。

$$x = \frac{zy^2}{k}$$

$$x \text{ 的原值} = \frac{zy^2}{k}$$

$$\begin{aligned} x \text{ 的新值} &= \frac{z \times (1+87.5\%) [(1-20\%)y]^2}{k} \\ &= \frac{z \times (1+87.5\%) [(1-20\%)y]^2}{k} \\ &= \frac{1.2zy^2}{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \text{ 的百分增減} &= \frac{\frac{1.2zy^2}{k} - \frac{zy^2}{k}}{\frac{zy^2}{k}} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{zy^2}{k}(1.2-1)}{\frac{zy^2}{k}} \times 100\% \\ &= \underline{\underline{20\%}} \end{aligned}$$

練習 設  $z$  隨  $x$  反變且隨  $y$  的平方根反變。若  $z$  減少 24% 和  $y$  增加 21%，求  $x$  的百分數增減。

DSE 題

e.g.

設  $t$  隨  $p^2$  正變且隨  $\sqrt{q}$  反變。若  $p$  增加 30% 和  $q$  減少 30%，則  $t$

- A. 增加 102% (準確至三位有效數字)。
- B. 固定不變。
- C. 減少 102% (準確至三位有效數字)。
- D. 減少 9%。

解題：

建立方程： $t = \frac{kp^2}{\sqrt{q}}$

$t$  的原值： $\frac{kp^2}{\sqrt{q}}$        $t$  的新值： $\frac{k(1.3p)^2}{\sqrt{(0.7q)}} = \left(\frac{1.3^2}{\sqrt{0.7}}\right) \frac{kp^2}{\sqrt{q}} = 2.02 \frac{kp^2}{\sqrt{q}} = 2.02t$

$t$  的百分變化： $(2.02 - 1) \times 100\% = \text{增加 } 102\%$  ((新值的係數 - 1)  $\times$  100%)

2019

13. 已知  $z$  隨  $x$  的平方正變且隨  $y$  的平方根反變。若  $x$  減少 40% 且  $y$  增加 44%，則  $z$

- A. 減少 70%。
- B. 增加 70%。
- C. 減少 76%。
- D. 增加 76%。

題解



解題：

建立方程：\_\_\_\_\_

$z$  的原值：\_\_\_\_\_       $z$  的新值：\_\_\_\_\_

$z$  的百分變化：\_\_\_\_\_ ((新值的係數 - 1)  $\times$  100%)

2016

題解

12. 已知  $z$  隨  $\sqrt{x}$  正變且隨  $y$  反變。若  $x$  減少 36% 且  $y$  增加 60%，則  $z$

- A. 增加 24%。
- B. 增加 28%。
- C. 減少 40%。
- D. 減少 50%。



解題：

建立方程：\_\_\_\_\_

$z$  的原值：\_\_\_\_\_  $z$  的新值：\_\_\_\_\_

$z$  的百分變化：\_\_\_\_\_ ((新值的係數 - 1) × 100%)

2013

題解

13. 已知  $z$  隨  $x$  正變且隨  $\sqrt{y}$  反變。若  $y$  減少 64% 且  $z$  增加 25%，則  $x$

- A. 增加 20%。
- B. 增加 80%。
- C. 減少 25%。
- D. 減少 75%。



解題：

建立方程：\_\_\_\_\_ 建立方程：\_\_\_\_\_ (以  $x$  為主項)

$x$  的原值：\_\_\_\_\_  $x$  的新值：\_\_\_\_\_

$x$  的百分變化：\_\_\_\_\_ ((新值 - 1) × 100%)