

## 7.1 三角形的面積-導學案

姓名：\_\_\_\_\_ ( )

班別：\_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_

學習目標：三角形的面積

定義角  $A$  的對邊為  $a$  (即  $BC = a$ );

角  $B$  的對邊為  $b$  (即  $CA = b$ );

角  $C$  的對邊為  $c$  (即  $AB = c$ )。

情況一：角  $C$  為銳角

設  $D$  為  $CA$  上的一點使  $BD \perp CA$ 。

設  $BD = h$ 。

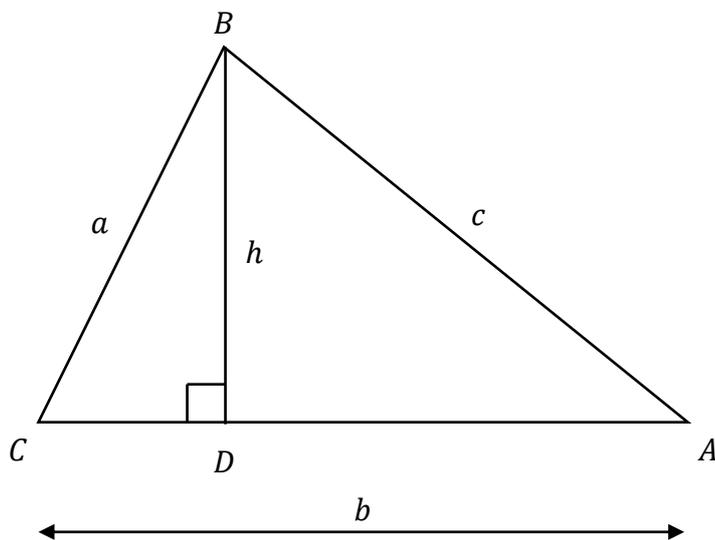
考慮  $\triangle BCD$ ，

$$\sin C = \frac{h}{a}$$

$$h = a \sin C$$

考慮  $\triangle ABC$ ，

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 的面積} &= \frac{bh}{2} \\ &= \end{aligned}$$



同理， $\triangle ABC$  的面積  $= \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$ 。

情況二：角  $C$  為鈍角

設  $D$  為  $AC$  延線上的一點使  $BD \perp CA$ 。

設  $BD = h$ 。

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle BCA$$

$$\sin \angle BCD = \sin(180^\circ - \angle BCA) = \sin \angle BCA$$

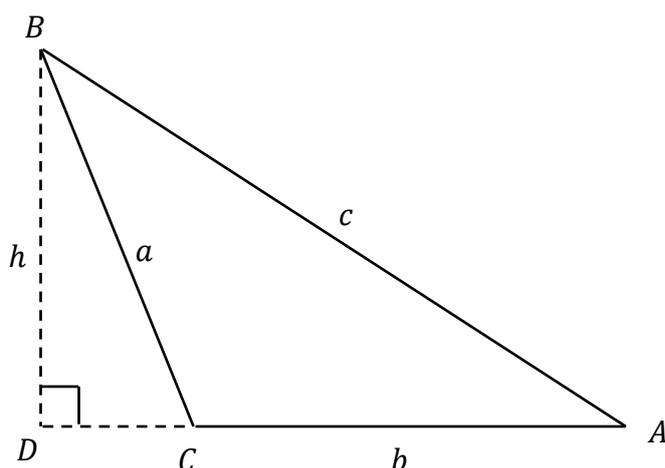
考慮  $\triangle BCD$ ，

$$\sin \angle BCD = \frac{h}{a}$$

$$h = a \sin \angle BCD = a \sin C$$

考慮  $\triangle ABC$ ，

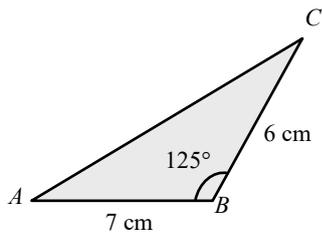
$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 的面積} &= \frac{bh}{2} \\ &= \end{aligned}$$



同理， $\triangle ABC$  的面積  $= \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$ 。

練習一：求下列圖形的面積。如有需要，取答案準確至三位有效數字。

1.



---

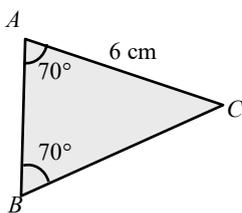
---

---

---

---

2.



---

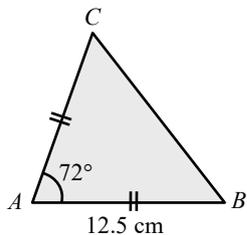
---

---

---

---

3.



---

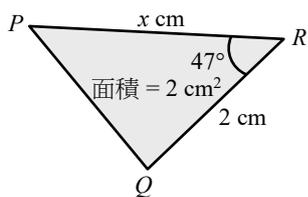
---

---

---

---

4.



---

---

---

---

---

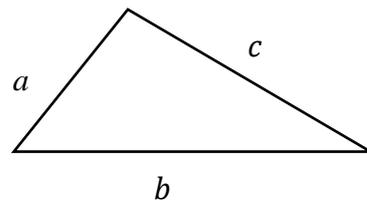
學習目標：三角形的面積（方法二）：希羅公式

希羅公式：

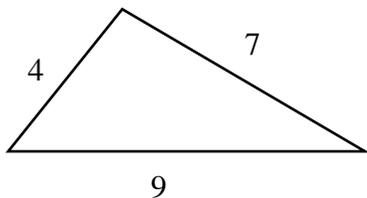
對於邊長是  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的三角形，

$$\text{面積} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ 其中 } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$s$  又稱為半周界。



e.g.



$$s = \frac{4 + 7 + 9}{2} = 10$$

$$\therefore \text{面積} = \sqrt{10(10-4)(10-7)(10-9)} = \sqrt{10(6)(3)(1)} = \sqrt{180} \approx 13.4$$

順帶一提，casio fx50 計算機也內置了希羅公式

使用方法：

 → 03 → 4 → EXE → 7 → EXE → 9 → EXE



即一個邊長分別為 4,7,9 的三角形的面積為約為 13.4

\*注意：計數機這裡顯示的 S 只是代表三角形的面積，並非希羅公式的  $s$ 。

希羅公式的證明方法，主要有兩種：

第一種：

利用畢氏定理和因式分解



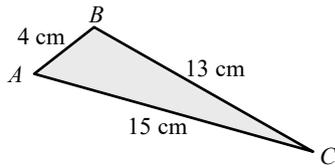
第二種：

利用餘弦公式和  $\frac{1}{2}ab \sin C$



練習二：求下列圖形的面積。如有需要，取答案準確至三位有效數字。

1.



---

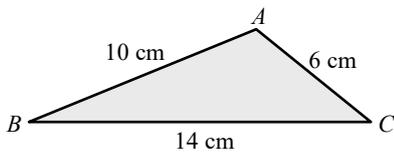
---

---

---

---

2.



---

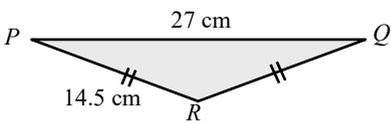
---

---

---

---

3.



---

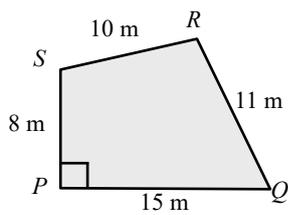
---

---

---

---

4.



---

---

---

---

---

進階練習：

1. 圖中， $\triangle ABC$  的三條邊分別是 6 cm、9 cm 和 13 cm。求  $h$  的值。如有需要，取答案準確至三位有效數字。

---

---

---

---

---

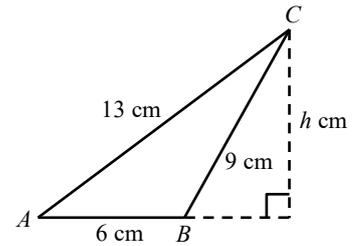
---

---

---

---

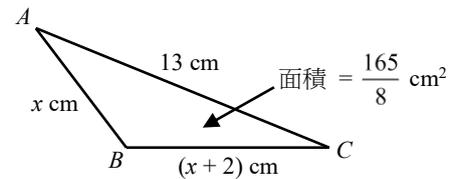
---



2. 圖中， $AB = x$  cm、 $BC = (x + 2)$  cm 和  $AC = 13$  cm。

若  $\triangle ABC$  的面積是  $\frac{165}{8}$  cm<sup>2</sup>，求  $x$  的值。

如有需要，取答案準確至三位有效數字。



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

~恭喜你，你已完成這次自主學習的功課。~