

## 8.2 傾角和斜率-導學案

姓名：\_\_\_\_\_ ( )

班別：\_\_\_\_\_

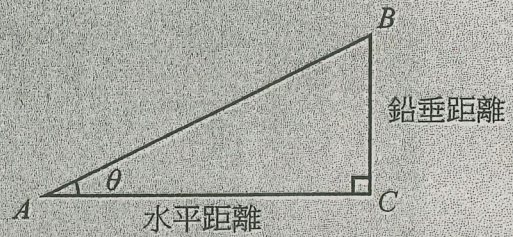
日期：\_\_\_\_\_

學習目標：求斜坡的斜率及傾角。

圖中所示為斜坡  $AB$ 。  $AC$  位於水平地面上。

(a)  $AB$  的斜率 =  $\frac{\text{鉛垂距離}}{\text{水平距離}}$

$$= \frac{BC}{AC}$$

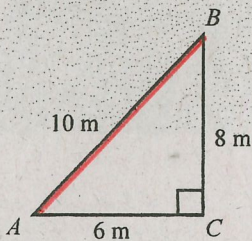


(b) 斜坡  $AB$  的傾角是  $AB$  與水平地面的交角，即  $\theta$ 。因此，  
 $\tan \theta = AB$  的斜率

明顯地，斜坡的斜率（傾角）越大，斜坡越傾斜。

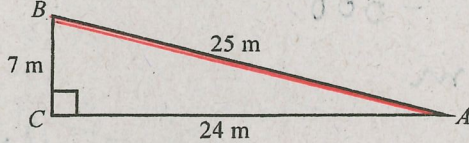
1. 下列各題中， $AC$  位於水平地面上。求斜坡  $AB$  的斜率，答案以分數表示。

(a)



斜率 =  $\frac{8}{6}$   
 $= \frac{4}{3}$

(b)



斜率 =  $\frac{7}{24}$

2. 以上各題，求傾角。設傾角 =  $\theta$ 。

(a)  $\tan \theta = \frac{4}{3}$

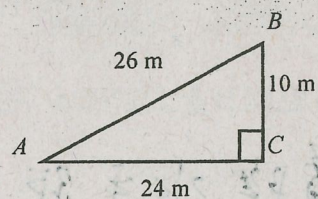
$\theta = 53.1^\circ$

(b)  $\tan \theta = \frac{7}{24}$  (準確至三位有效數字)

$\theta = 16.3^\circ$

示例

求圖中所示的斜坡  $AB$  的斜率及傾角。



解

$AB$  的斜率 =  $\frac{\text{鉛垂距離}}{\text{水平距離}}$

$= \frac{10 \text{ m}}{24 \text{ m}}$

$= \frac{5}{12}$

設傾角為  $\theta$

$\tan \theta = \frac{5}{12}$

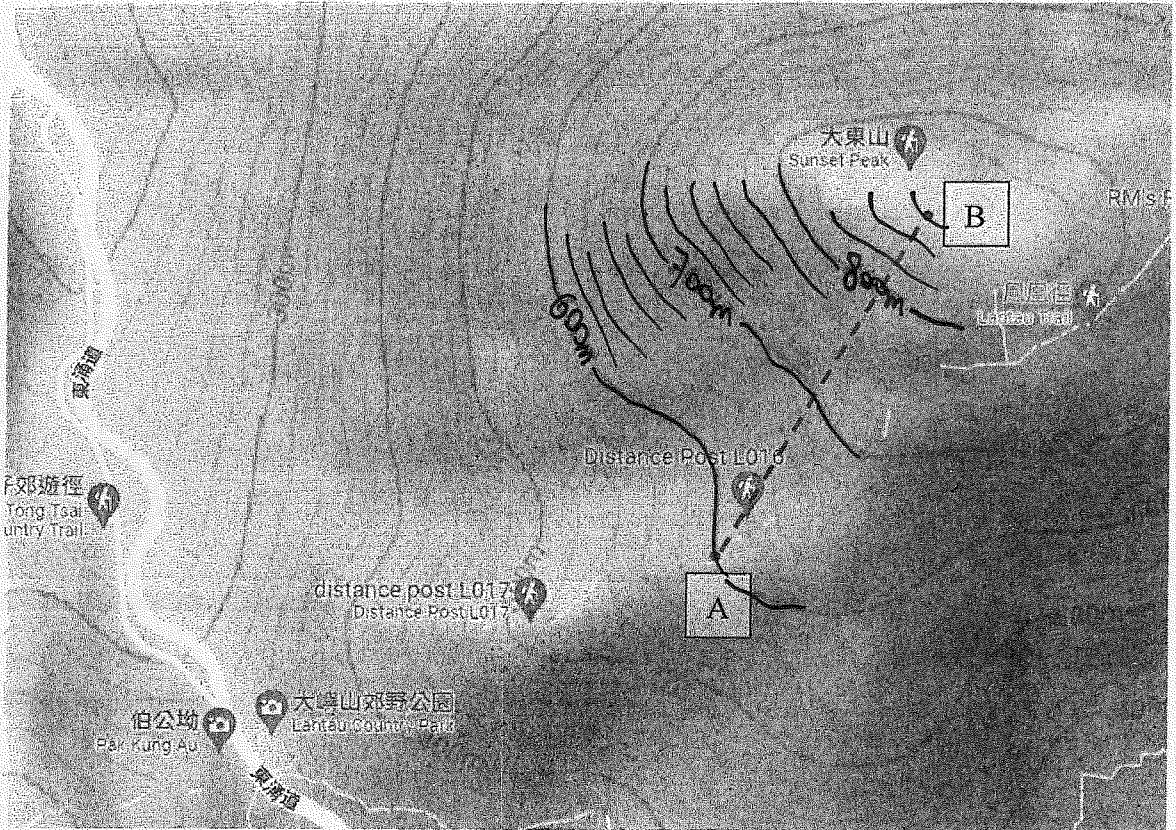
$\theta = 22.6^\circ$

傾角  $22.6^\circ$



實踐題：

一日，張老師和學生前往遠足。他們到達 標距柱 (Distance Post) L016 (A 點)，打算繼續前往大東山山峰 (B 點)。等高線地圖的比例尺是 1 : 10000。AB 在地圖上量度得的長度是 5 cm。



- (a) 求 A 點與 B 點的實際水平距離，答案以 m 為單位。

$$\begin{aligned} \text{實際水平距離} &= 5 \text{ cm} \times 10000 \\ &= 50000 \text{ cm} \\ &= 500 \text{ m} \end{aligned}$$

- (b) 求 A 點與 B 點的實際鉛垂距離，答案以 m 為單位。

$$\begin{aligned} \text{實際鉛垂距離} &= 860 - 600 \\ &= 260 \text{ m} \end{aligned}$$

- (c) 求 AB 的斜率。

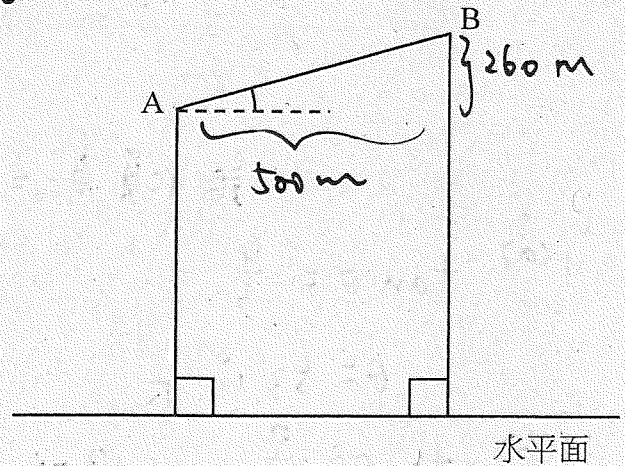
$$\text{斜率} = \frac{260}{500} = \frac{13}{25}$$

- (d) 求 AB 的傾角，答案準確至 0.1°。

設傾角是  $\theta$ 。

$$\tan \theta = \frac{13}{25}$$

$$\theta = 27.5^\circ \text{ (準確至 } 0.1^\circ \text{)}$$



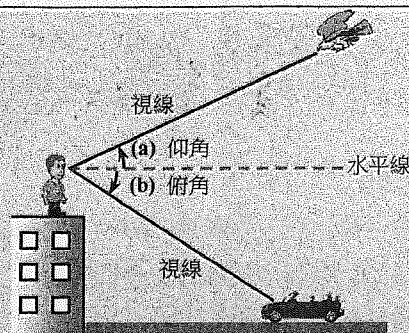
### 8.3 仰角和俯角-導學案

姓名：\_\_\_\_\_ ( ) 班別：\_\_\_\_\_ 日期：\_\_\_\_\_

學習目標：解涉及仰角和俯角的簡單問題。

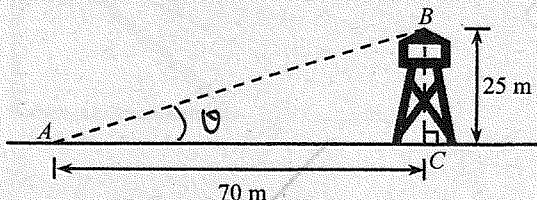
(a) 當一人觀察位於他上方的物件時，視線與水平線之間的夾角稱為仰角。

(b) 當一人觀察位於他下方的物件時，視線與水平線之間的夾角稱為俯角。



1. 圖中，樂敏坐在水平地面上的  $A$  點。她望向一個高  $25\text{ m}$  的塔的頂部  $B$ 。若  $A$  與  $B$  的水平距離是  $70\text{ m}$ ，求由  $A$  測得  $B$  的仰角。

(答案須準確至最接近的  $0.1^\circ$ 。)



設  $\angle BAC = \theta$ 。(於圖)

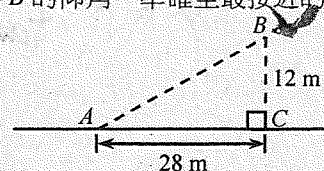
$$\tan \theta = \frac{25}{70}$$

$$\theta = 19.7^\circ$$

$\therefore$  所求的仰角是  $19.7^\circ$ 。

示例

圖中，穎恆坐在水平地面上的  $A$  點。他望向位於  $B$  點的一隻小鳥，其中  $B$  點位於水平地面正上方  $12\text{ m}$  處。 $A$  與  $B$  的水平距離是  $28\text{ m}$ 。求由  $A$  測得  $B$  的仰角，準確至最接近的  $0.1^\circ$ 。



解

由  $A$  測得  $B$  的仰角是  $\angle CAB$ 。

$$\tan \angle CAB = \frac{12\text{ m}}{28\text{ m}}$$

$$\angle CAB = 23.2^\circ \text{ (準確至最接近的 } 0.1^\circ \text{)}$$

$\therefore$  由  $A$  測得  $B$  的仰角是  $23.2^\circ$ 。

2. 圖中，熱氣球  $P$  離水平地面  $330\text{ m}$  高。 $Q$  是該水平地面上的一點，使  $P$  與  $Q$  的水平距離是  $280\text{ m}$ 。求由  $P$  測得  $Q$  的俯角。答案須準確至最接近的  $0.1^\circ$ 。

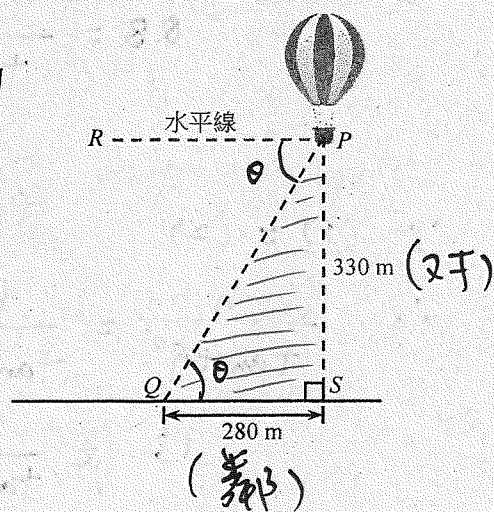
作圖於圖。

$\angle RPQ = \angle PQS = \theta$  (錯角, 平行線)  
 $RP \parallel QS$

$$\tan \theta = \frac{330}{280}$$

$$\theta = 49.7^\circ$$

$\therefore$  所求的俯角是  $49.7^\circ$ 。



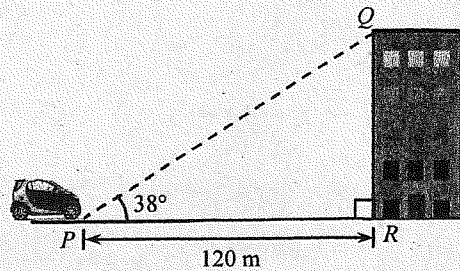


3. 圖中，車  $P$  停泊在水平地面。該輛車與某大廈的底部  $R$  相距  $120\text{ m}$ 。若由  $P$  測得該大廈頂部  $Q$  的仰角是  $38^\circ$ ，求該大廈的高。（答案須準確至三位有效數字。）

$$\tan 38^\circ = \frac{QR}{120}$$

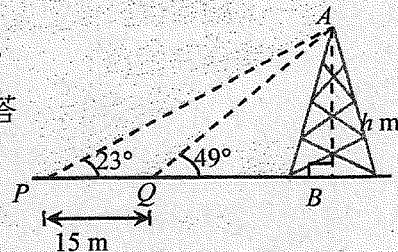
$$QR = 120 \tan 38^\circ = 93.8\text{ m}$$

$\therefore$  大廈高  $93.8\text{ m}$ 。



情境題：

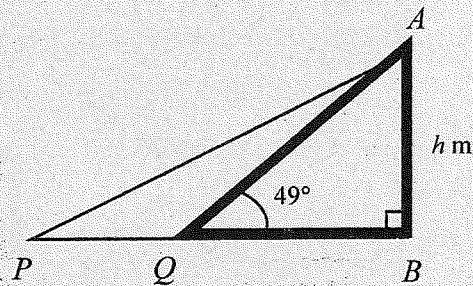
- 1 圖中顯示一座電塔  $AB$ 。  $B$ 、 $Q$  和  $P$  位於同一水平直路上。由  $P$  和  $Q$  測得  $A$  的仰角分別是  $23^\circ$  和  $49^\circ$ 。  $P$  與  $Q$  相距  $15\text{ m}$ 。設塔的高度為  $h\text{ m}$ 。



- (a) (i) 考慮  $\triangle AQB$ ，以  $h$  表示  $Q$  與  $B$  的距離。

$$\tan 49^\circ = \frac{h}{QB}$$

$$QB = \frac{h}{\tan 49^\circ} \dots\dots (1)$$

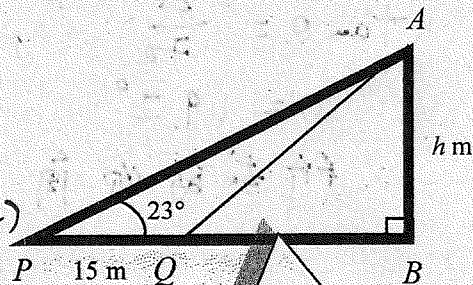


- (ii) 考慮  $\triangle APB$ ，以  $h$  表示  $Q$  與  $B$  的距離。

$$\tan 23^\circ = \frac{h}{(15 + QB)}$$

$$(15 + QB) = \frac{h}{\tan 23^\circ}$$

$$QB = \frac{h}{\tan 23^\circ} - 15 \dots\dots (2)$$



- (b) 求電塔的高度。

$$\therefore (1) = (2)$$

$$\therefore \frac{h}{\tan 49^\circ} = \frac{h}{\tan 23^\circ} - 15$$

$$15 = \frac{h}{\tan 23^\circ} - \frac{h}{\tan 49^\circ}$$

$$15 = h \left( \frac{1}{\tan 23^\circ} - \frac{1}{\tan 49^\circ} \right)$$

$$h = 15 \div \left( \frac{1}{\tan 23^\circ} - \frac{1}{\tan 49^\circ} \right) = 10.1$$

~恭喜你，你已完成這次自主學習的功課。~

$\therefore$  電塔高度是  $10.1\text{ m}$ 。

提示：

先找出  $P$  與  $B$  之間的距離，

$PB =$  \_\_\_\_\_

考慮  $QB = PB - 15\text{ m}$

$QB =$  \_\_\_\_\_  $- 15\text{ m}$