

中二級數學科
第二章 恆等式
3.1 恆等式的意義
導學案 2

姓名：_____ 班別：_____ ()

備課課本頁數： P.3.7-P.3.9

課堂目標： 學生能求出只涉及多項式的恆等式中的未知常數。

重點： 學習怎樣求只涉及多項式的恆等式中的未知常數。

難點： 1. 分辨代數符號屬於變量還是常數。
2. 比較同類項錯正負號。

已學知識： 1. 代數簡介（中一第三章）
2. 一元一次方程（中一第四章）
3. 多項式的運算（中一第六章）
4. 判別某方程是否恆等式（本章）

概念： 恆等式的左右兩方永遠相等，所以我們可以比較兩方同類項的係數鎖定某些固定的常數值。

導學題目：

例子：若 $Ax^2 - 4x - B \equiv (x - 3)(x - 1)$ ，其中 A 和 B 都是常數，求 A 和 B 的值。

參考作答格式： 左方 = $Ax^2 - 4x - B$
右方 = $(x - 3)(x - 1)$
 $= x(x - 1) - 3(x - 1)$
 $= x^2 - x - 3x + 3$
 $= x^2 - 4x + 3$
 $\therefore Ax^2 - 4x - B \equiv x^2 - 4x + 3$
 $A = 1$ 及 $-B = 3$
 $A = 1$ 及 $B = -3$

請根據以上例子的格式完成以下題目：

1. 若 $Ax^2 + Bx - C \equiv (2x + 7)(x - 5) - (x + 9)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

2. 若 $(5x - 2)(Ax + 3) + 1 \equiv 15x^2 + Bx + C$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

鞏固題：精進練習 P.3.3 Q40-Q43

Q40 若 $(3x - C)(Ax + 5) \equiv 3x^2 + Bx - 10$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

Q41 若 $20x^2 - Cx + A + B \equiv (Bx + 7)(5x - 1)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

Q42 若 $(Ax - 3)(2x + B) \equiv -x(C - 2x) - 15$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

Q43 若 $-(3x - 4)(3x + 1) \equiv Ax^2 + (Bx + C)(x + 1)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

延伸題：

精進練習 P.3.4 Q54 (三項比的概念需要老師先行指導)

Q54 已知 $a(bx^2 + cx) + bc \equiv 20x^2 + 24x + 30$ ，其中 a 、 b 和 c 都是常數，求 $a:b:c$ 。

總結：

我們可以比較恆等式中左右兩方同類項的係數從而鎖定當中的常數。

功課：

精進練習 P.3.1 Q15-20

答案：

導學題目：

1) 若 $Ax^2 + Bx - C \equiv (2x + 7)(x - 5) - (x + 9)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\text{左方} = Ax^2 + Bx - C$$

$$\begin{aligned}\text{右方} &= (2x + 7)(x - 5) - (x + 9) \\ &= 2x(x - 5) + 7(x - 5) - x - 9 \\ &= 2x^2 - 10x + 7x - 35 - x - 9 \\ &= 2x^2 - 4x - 44\end{aligned}$$

$$\therefore A = 2$$

$$B = -4$$

$$-C = -44$$

$$C = 44$$

2) 若 $(5x - 2)(Ax + 3) + 1 \equiv 15x^2 + Bx + C$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= (5x - 2)(Ax + 3) + 1 \\ &= 5x(Ax + 3) - 2(Ax + 3) + 1 \\ &= 5Ax^2 + 15x - 2Ax - 6 + 1 \\ &= 5Ax^2 + (15 - 2A)x - 5\end{aligned}$$

$$\text{右方} = 15x^2 + Bx + C$$

$$\therefore 5A = 15$$

$$A = 3$$

$$B = 15 - 2A$$

$$= 15 - 6$$

$$= 9$$

$$C = -5$$

鞏固題：

Q40 若 $(3x - C)(Ax + 5) \equiv 3x^2 + Bx - 10$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= (3x - C)(Ax + 5) \\ &= 3x(Ax + 5) - C(Ax + 5) \\ &= 3Ax^2 + 15x - ACx - 5C \\ &= 3Ax^2 + (15 - AC)x - 5C\end{aligned}$$

$$\text{右方} = 3x^2 + Bx - 10$$

$$\therefore 3A = 3$$

$$A = 1$$

$$-5C = -10$$

$$C = 2$$

$$B = 15 - AC$$

$$= 15 - (1)(2)$$

$$= 13$$

Q41 若 $20x^2 - Cx + A + B \equiv (Bx + 7)(5x - 1)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= 20x^2 - Cx + (A+B) \\ \text{右方} &= (Bx + 7)(5x - 1) \\ &= Bx(5x - 1) + 7(5x - 1) \\ &= 5Bx^2 - Bx + 35x - 7 \\ &= 5Bx^2 + (35 - B)x - 7\end{aligned}$$

$$\therefore 5B = 20$$

$$B = 4$$

$$-C = 35 - B$$

$$= 31$$

$$C = -31$$

$$A + B = -7$$

$$A = -7 - B$$

$$= -11$$

Q42 若 $(Ax - 3)(2x + B) \equiv -x(C - 2x) - 15$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= (Ax - 3)(2x + B) \\ &= Ax(2x + B) - 3(2x + B) \\ &= 2Ax^2 + ABx - 6x - 3B \\ &= 2Ax^2 + (AB - 6)x - 3B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{右方} &= -x(C - 2x) - 15 \\ &= -Cx + 2x^2 - 15 \\ &= 2x^2 - Cx - 15\end{aligned}$$

$$\therefore 2A = 2$$

$$A = 1$$

$$-3B = -15$$

$$B = 5$$

$$-C = AB - 6$$

$$= (1)(5) - 6$$

$$= -1$$

$$C = 1$$

Q43 若 $-(3x-4)(3x+1) \equiv Ax^2 + (Bx+C)(x+1)$ ，其中 A 、 B 和 C 都是常數，求 A 、 B 和 C 的值。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= -(3x-4)(3x+1) \\ &= (-3x+4)(3x+1) \\ &= -3x(3x+1) + 4(3x+1) \\ &= -9x^2 - 3x + 12x + 4 \\ &= -9x^2 + 9x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{右方} &= Ax^2 + (Bx+C)(x+1) \\ &= Ax^2 + Bx(x+1) + C(x+1) \\ &= Ax^2 + Bx^2 + Bx + Cx + C \\ &= (A+B)x^2 + (B+C)x + C\end{aligned}$$

$$\therefore C = 4$$

$$B + C = 9$$

$$B = 5$$

$$A + B = -9$$

$$A = -9 - B$$

$$= -14$$

延伸題：

Q54 已知 $a(bx^2 + cx) + bc \equiv 20x^2 + 24x + 30$ ，其中 a 、 b 和 c 都是常數，求 $a:b:c$ 。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= a(bx^2 + cx) + bc \\ &= abx^2 + acx + bc\end{aligned}$$

$$\text{右方} = 20x^2 + 24x + 30$$

$$\therefore \begin{cases} ab = 20 \\ ac = 24 \\ bc = 30 \end{cases}$$

$$\frac{ab}{ac} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{5}{6}$$

$$\text{即 } b:c = 5:6$$

$$\frac{ac}{bc} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

$$\text{即 } a:b = 4:5$$

$$\therefore a:b:c = 4:5:6$$