

中二級數學科
第二章 恆等式
3.1 恆等式的意義
導學案 1

姓名：_____ 班別：_____ ()

備課課本頁數： P.3.2-P.3.6

課堂目標： 學生能判斷一個方程是否恆等式。

重點： 學習怎樣判斷一個方程是否恆等式。

難點： 1. 展開多項式及相關的多項式運算。
2. 書寫左方右方判別法之格式。

已學知識： 1. 代數簡介（中一第三章）
2. 一元一次方程（中一第四章）
3. 多項式的運算（中一第六章）

定義： 對於一個方程，若未知數取任何值都能滿足該方程，則該方程稱為**恆等式**。我們會用「 \equiv 」代替「 $=$ 」，來表示該方程是恆等式。

導學題目：

例子：證明 $1 + 2(x + 1) \equiv 3(x + 1) - x$ 。

參考作答格式： 左方 = $1 + 2(x + 1)$

$$= 1 + 2x + 2$$

$$= 2x + 3$$

右方 = $3(x + 1) - x$

$$= 3x + 3 - x$$

$$= 2x + 3$$

\therefore 左方 = 右方

$\therefore 1 + 2(x + 1) \equiv 3(x + 1) - x$ 。

請根據以上例子的格式完成以下題目：

1. 證明 $2(x + 3) \equiv 3(2 - x) + 5x$ 。

2. 證明 $6(4x + 3) - 3(8x + 5) \equiv 3(5x - 4) - 15(x - 1)$ 。

鞏固題：

精進練習 P.3.2 Q29-32

Q29 判斷 $6(3x - 7) - 3(5x - 12) = 8(3x + 6) - 3(7x + 18)$ 是否恆等式。

Q30 判斷 $(4x + 5)(3x - 1) = 6(2x^2 + 2x - 3) + (13 - x)$ 是否恆等式。

Q31 判斷 $(2x - 3)(2x + 3) = (x - 3)(4x + 3) + (9x + 1)$ 是否恆等式。

Q32 判斷 $(x - 7)(2x + 5) = (4x - 3)(3x + 2) - 2(5x^2 + 4x + 14)$ 是否恆等式。

延伸題：

精進練習 P.3.3 Q36

Q36 判斷 $\frac{2-7y}{3} - \frac{2y+1}{2} - \frac{10y}{3} = \frac{1}{6}$ 是否恆等式。

總結：

要判別一個方程是否恆等式，我們分別要把該方程的左方及右方化簡，從而比較兩方的代數表達式是否永遠相同。

功課：

精進練習 P.3.1 Q1-14

答案：

導學題目：

1) 證明 $2(x+3) \equiv 3(2-x) + 5x$ 。

$$\text{左方} = 2(x+3)$$

$$= 2x + 6$$

$$\text{右方} = 3(2-x) + 5x$$

$$= 6 - 3x + 5x$$

$$= 2x + 6$$

$$\therefore \text{左方} = \text{右方}$$

$$\therefore 2(x+3) \equiv 3(2-x) + 5x。$$

2) 證明 $6(4x+3) - 3(8x+5) \equiv 3(5x-4) - 15(x-1)$ 。

$$\text{左方} = 6(4x+3) - 3(8x+5)$$

$$= 24x + 18 - 24x - 15$$

$$= 3$$

$$\text{右方} = 3(5x-4) - 15(x-1)$$

$$= 15x - 12 - 15x + 15$$

$$= 3$$

$$\therefore \text{左方} = \text{右方}$$

$$\therefore 6(4x+3) - 3(8x+5) \equiv 3(5x-4) - 15(x-1)。$$

鞏固題：

Q29 判斷 $6(3x-7) - 3(5x-12) = 8(3x+6) - 3(7x+18)$ 是否恆等式。

$$\text{左方} = 6(3x-7) - 3(5x-12)$$

$$= 18x - 42 - 15x + 36$$

$$= 3x - 6$$

$$\text{右方} = 8(3x+6) - 3(7x+18)$$

$$= 24x + 48 - 21x - 54$$

$$= 3x - 6$$

$$\therefore \text{左方} = \text{右方}$$

$$\therefore 6(3x-7) - 3(5x-12) \equiv 8(3x+6) - 3(7x+18)。$$

Q30 判斷 $(4x+5)(3x-1) = 6(2x^2+2x-3) + (13-x)$ 是否恆等式。

$$\text{左方} = (4x+5)(3x-1)$$

$$= 4x(3x-1) + 5(3x-1)$$

$$= 12x^2 - 4x + 15x - 5$$

$$= 12x^2 + 11x - 5$$

$$\text{右方} = 6(2x^2+2x-3) + (13-x)$$

$$= 12x^2 + 12x - 18 + 13 - x$$

$$= 12x^2 + 11x - 5$$

$$\therefore \text{左方} = \text{右方}$$

$$\therefore (4x+5)(3x-1) \equiv 6(2x^2+2x-3) + (13-x)。$$

Q31 判斷 $(2x-3)(2x+3) = (x-3)(4x+3) + (9x+1)$ 是否恆等式。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= (2x-3)(2x+3) \\ &= 2x(2x+3) - 3(2x+3) \\ &= 4x^2 + 6x - 6x - 9 \\ &= 4x^2 - 9 \\ \text{右方} &= (x-3)(4x+3) + (9x+1) \\ &= x(4x+3) - 3(4x+3) + 9x+1 \\ &= 4x^2 + 3x - 12x - 9 + 9x + 1 \\ &= 4x^2 - 8\end{aligned}$$

\therefore 左方 \neq 右方

$\therefore (2x-3)(2x+3) = (x-3)(4x+3) + (9x+1)$ 不是恆等式。

Q32 判斷 $(x-7)(2x+5) = (4x-3)(3x+2) - 2(5x^2+4x+14)$ 是否恆等式。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= (x-7)(2x+5) \\ &= x(2x+5) - 7(2x+5) \\ &= 2x^2 + 5x - 14x - 35 \\ &= 2x^2 - 9x - 35 \\ \text{右方} &= (4x-3)(3x+2) - 2(5x^2+4x+14) \\ &= 4x(3x+2) - 3(3x+2) - 10x^2 - 8x - 28 \\ &= 12x^2 + 8x - 9x - 6 - 10x^2 - 8x - 28 \\ &= 2x^2 - 9x - 34\end{aligned}$$

\therefore 左方 \neq 右方

$\therefore (x-7)(2x+5) = (4x-3)(3x+2) - 2(5x^2+4x+14)$ 不是恆等式。

延伸題：

Q36 判斷 $\frac{2-7y}{3} - \frac{2y+1}{2} - \frac{10y}{3} = \frac{1}{6}$ 是否恆等式。

$$\begin{aligned}\text{左方} &= \frac{2-7y}{3} - \frac{2y+1}{2} - \frac{10y}{3} \\ &= \frac{4-14y}{6} - \frac{6y+3}{6} - \frac{20y}{6} \\ &= \frac{(4-14y) - (6y+3) - (20y)}{6} \\ &= \frac{4-14y-6y-3-20y}{6} \\ &= \frac{1-40y}{6}\end{aligned}$$

$$\text{右方} = \frac{1}{6}$$

\therefore 左方 \neq 右方

$\therefore \frac{2-7y}{3} - \frac{2y+1}{2} - \frac{10y}{3} = \frac{1}{6}$ 不是恆等式。